

Ejercicios Repaso Tema 11¹

Ejercicio nº 1.-

Completa:

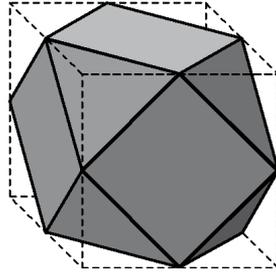
- a) Un poliedro simple con 6 caras y 8 vértices tiene un total de _____ aristas.
- b) ¿Qué relaciones hay entre dos poliedros duales? _____
_____.
- c) El _____ y el octaedro son poliedros duales.
- d) El dodecaedro y el _____ son poliedros duales.
- e) El _____ es dual de sí mismo.

Solución:

- a) 12 (se obtiene aplicando la fórmula de Euler: $c + v - a = 2$; queda $6 + 8 - a = 2 \rightarrow a = 12$).
- b) Dos poliedros duales tienen el mismo número de aristas. Y el número de caras de cada uno de ellos coincide con el número de vértices del otro.
- c) Cubo.
- d) Icosaedro.
- e) Tetraedro.

Ejercicio nº 2.-

Observa el siguiente poliedro y descríbelo. Identifica de qué poliedros regulares se puede obtener así como el tipo de truncamiento que se realiza en ellos, para llegar a este poliedro. ¿Qué nombre recibe?



Solución:

Es un poliedro semirregular; en cada vértice concurren 2 cuadrados y 2 triángulos. Tiene 6 caras cuadradas y 8 caras triangulares.

Este poliedro se obtiene de truncar todos los vértices del cubo ó del octoédro mediante planos que pasan por los puntos medios de las aristas adyacentes.

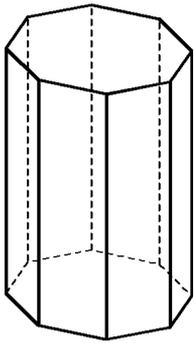
Se llama pues, cuboctaedro.

Ejercicio nº 3.-

El siguiente poliedro es un prisma octogonal regular.

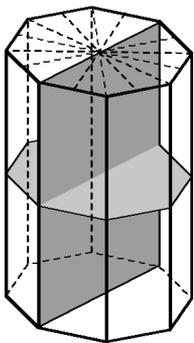
a) ¿Cuántos planos de simetría tiene?

b) ¿Qué ejes de giro tiene? ¿De qué orden?



Solución:

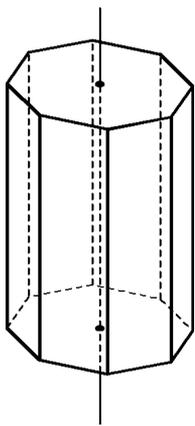
a)



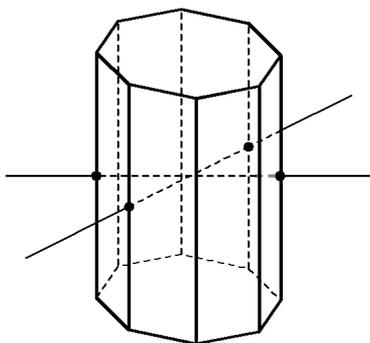
En total tiene 9 planos de simetría:

- Uno por cada eje de simetría de sus bases.
- Un plano de simetría paralelo a las dos bases que corta el prisma por la mitad.

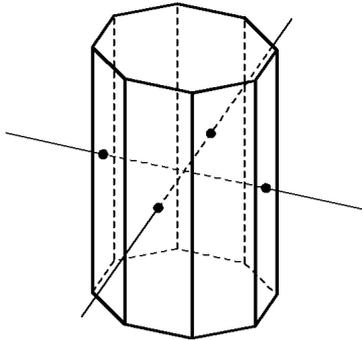
b)



Un eje de giro que pasa por el centro de las bases. Es de orden 8.



Cuatro ejes de giro de orden 2 que pasan por los puntos medios de dos aristas opuestas de las caras laterales.

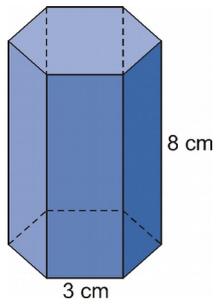


Cuatro ejes de giro de orden 2 que pasan por el centro de dos caras laterales opuestas.

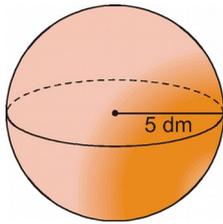
Ejercicio nº 4.-

Halla el área total de cada una de estas figuras:

a)

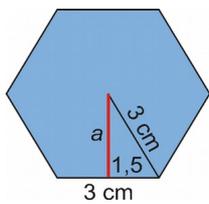


b)



Solución:

a)



- Hallamos el área de una base:

$$3^2 = a^2 + 1,5^2 \rightarrow a = \sqrt{9 - 2,25} = \sqrt{6,75} \approx 2,60 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{18 \cdot 2,60}{2} = 23,40 \text{ cm}^2$$

- El área de una cara lateral es: $A = 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm}^2$

- Área total = $2 \cdot 23,40 + 6 \cdot 24 = 46,80 + 144 = 190,80 \text{ cm}^2$

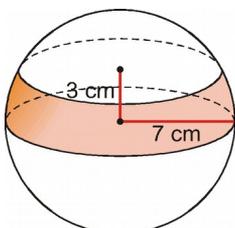
b) $A = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi = 314,16 \text{ dm}^2$

Ejercicio nº 5.-

Halla el área total de:

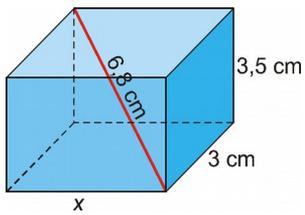
a) Un ortoedro que mide 3 cm de ancho; 3,5 cm de alto y cuya diagonal mide 6,8 cm.

b) La siguiente zona esférica:



Solución:

a)



$$6,8^2 = x^2 + 3,5^2 + 3^2 \rightarrow 46,24 = x^2 + 12,25 + 9$$

$$x^2 = 46,24 - 12,25 - 9 = 24,99 \rightarrow x = \sqrt{24,99} \approx 5 \text{ cm}$$

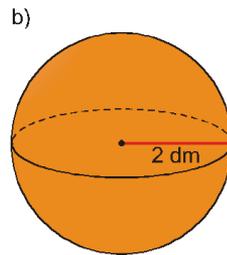
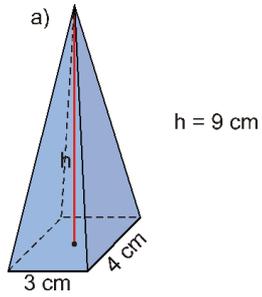
Por tanto, el área total es:

$$A = 2(3 \cdot 5 + 3 \cdot 3,5 + 5 \cdot 3,5) = 2(15 + 10,5 + 17,5) = 86 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = 2\pi R h = 2\pi \cdot 7 \cdot 3 = 42\pi - 131,95 \text{ cm}^2$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el volumen de estas figuras:



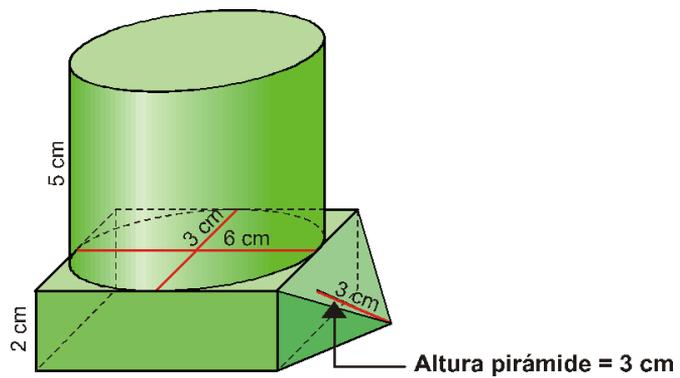
Solución:

$$\text{a) } V = \frac{1}{3} (\text{Área base}) \cdot \text{altura} = \frac{1}{3} 3 \cdot 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3} \approx 33,51 \text{ dm}^3$$

Ejercicio nº 7.-

Halla el volumen total de la siguiente figura:



Solución:

– Área de la elipse = $\pi ab = \pi \cdot 6 \cdot 3 = 18\pi - 56,55 \text{ cm}^2$

– Volumen del cilindro con base elíptica = (Área de la base) · altura = $56,52 \cdot 5 = 282,6 \text{ cm}^3$

– Volumen del ortoedro = $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \text{ cm}^3$

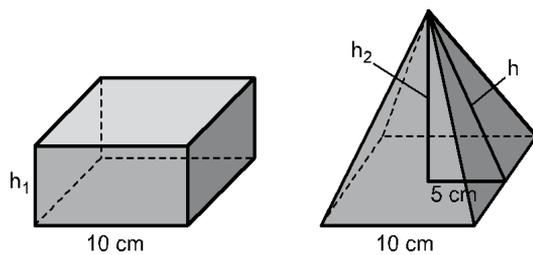
– Volumen de la pirámide = $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^3$

– Volumen total = $282,6 + 36 + 6 = 324,6 \text{ cm}^3$

Ejercicio nº 8.-

Un prisma y una pirámide, ambos con base cuadrada de 10 cm de arista, tienen el mismo volumen, 400 cm^3 . ¿Cuál de las dos figuras tendrá mayor superficie lateral?

Solución:



– Calculamos las alturas, h_1 y h_2 , de prisma y pirámide:

$$V_{\text{PRISMA}} = 100h_1 \rightarrow 400 = 100h_1 \rightarrow h_1 = 4 \text{ cm}$$

$$V_{\text{PIRÁMIDE}} = \frac{1}{3}100 \cdot h_2 \rightarrow 400 = \frac{1}{3}100h_2 \rightarrow h_2 = 12 \text{ cm}$$

– Calculamos la superficie lateral en cada caso:

$$S_{\text{LATERAL PRISMA}} = 4 \cdot 10 \cdot h_1 = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{LATERAL PIRÁMIDE}} = \frac{4 \cdot 10 \cdot h}{2} = 20h$$

Calculamos h:

$$h^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow h^2 = 25 + 144 \rightarrow h = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

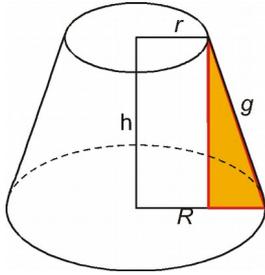
$$S_{\text{LATERAL PIRÁMIDE}} = 20h = 20 \cdot 13 = 260 \text{ cm}^2$$

Tiene mayor superficie lateral la pirámide.

Ejercicio nº 9.-

Calcula cuántos metros cuadrados de tela necesitaremos para las pantallas (en forma de tronco de cono) de dos lámparas iguales, sabiendo que la altura medirá 22 cm; la longitud de una base 72,22 cm y la de la otra 47,1 cm (toma $\pi = 3,14$).

Solución:



- El área lateral de un tronco de cono es:

$$A = \pi(r+R)g$$

- Hallamos el radio de la base menor:

$$2\pi r = 47,1 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{47,1}{2\pi} \approx \frac{47,1}{6,28} = 7,5 \text{ cm}$$

- Hallamos el radio de la otra base:

$$2\pi R = 72,22 \text{ cm} \rightarrow R = \frac{72,22}{2\pi} \approx \frac{72,22}{6,28} = 11,5 \text{ cm}$$

- Hallamos la generatriz:

$$g = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{22^2 + (11,5 - 7,5)^2} = \sqrt{22^2 + 4^2} = \sqrt{484 + 16} = \sqrt{500} \approx 22,36 \text{ cm}$$

- Por tanto, el área lateral de uno de los troncos de cono es:

$$A = \pi(7,5 + 11,5) \cdot 22,36 = 1\,334 \text{ cm}^2$$

- Como necesitamos dos pantallas iguales:

$$\text{Área total} = 2 \cdot 1\,334 = 2\,668 \text{ cm}^2 = 0,2668 \text{ m}^2 \approx 0,27 \text{ m}^2$$

Ejercicio nº 10.-

Si en Río de Janeiro (43° Oeste) son las 10 de la mañana, ¿qué hora es en Jerusalén

(35° 12' E)? ¿Y en Burdeos (0° 36' O)?

Solución:

Río de Janeiro $\rightarrow 43^\circ = 7,5^\circ + 15^\circ \cdot 2 + 5,5^\circ$. Está en el huso 3 al Oeste.

Jerusalén $\rightarrow 35^\circ 12' = 35,2^\circ = 7,5^\circ + 15^\circ \cdot 1 + 12,7^\circ$. Está en el huso 2 al Este.

Burdeos $\rightarrow 0^\circ 36' = 0,6^\circ = 0^\circ + 0,6^\circ$. Está en el huso 1 al Oeste.

En Jerusalén son 5 horas más, son las 15 horas.

En Burdeos son dos horas más, son las 12 horas.

