Ejercicios Repaso Tema 4[1]

Ejercicio nº 1.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 2n^2 - 1$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 2, \quad b_2 = 3 \\ b_n = b_{n-2} + b_{n-1} \end{cases}$

b) Calcula el término general de las sucesiones:

b.1) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \ldots$

b.2) 1, 4, 9, 16, 25, ...

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 1$, $a_2 = 7$, $a_3 = 17$, $a_4 = 31$, $a_5 = 49$

a.2) $b_1 = 2$, $b_2 = 3$, $b_3 = 5$, $b_4 = 8$, $b_5 = 13$

b)

b.1) Es una progresión geométrica con $a_1 = 3$ y $r = \frac{1}{2}$. Por tanto:

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3 \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$$

b.2) $a_n = n^2$

Ejercicio nº 2.-

a) Indica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o geométricas y calcula su diferencia o su razón:

m) 1, 4, 7, 10, 13, … s) 3, 6, 12, 24, 48, … t) 4, 10, 19, 34, 47, …

b) Calcula el término general de las sucesiones anteriores que sean progresiones aritméticas o geométricas.

Solución:

a) La sucesión m) es una progresión aritmética de diferencia $d = 3$.

La sucesión s) es una progresión geométrica de razón $r = 2$.

La sucesión t) no es progresión aritmética ni geométrica.

b) El término general de m) es $a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 2$

El término general de s) es $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

---

1 Materiales generados con la aplicación de Anaya

Ejercicio nº 3.-

En una progresión aritmética sabemos que a_2 = 1 y a_5 = 7. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.

Solución:

$a_5 = a_2 + 3d \rightarrow 7 = 1 + 3d \rightarrow 6 = 3d \rightarrow d = 2$

$a_1 = a_2 - d = 1 - 2 = -1$

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -1 + (n - 1) \cdot 2 = -1 + 2n - 2 = 2n - 3 \rightarrow a_n = 2n - 3$

$a_{15} = 2 \cdot 15 - 3 = 30 - 3 = 27$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(-1+27) \cdot 15}{2} = 195$$

Ejercicio nº 4.-

De una progresión aritmética conocemos a_2 = 5 y a_{12} = 24.

a) ¿Qué lugar ocupa en ella el término cuyo valor es 119?

b) ¿Hay algún término cuyo valor sea 500?

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5 = a_1 + d \\ 24 = a_1 + 11d \end{array}\right\} \rightarrow \quad d = \frac{19}{10} \quad a_1 = \frac{31}{10}$$

$$119 = \frac{31}{10} + (n-1)\,\frac{19}{10} \quad \rightarrow \quad 1190 = 31 + 19n - 19 \quad \rightarrow \quad n = 62$$

Ocupa el lugar 62.

b) No hay ningún término cuyo valor sea 500, porque no cumple la ecuación del término general.

Ejercicio nº 5.-

En una progresión geométrica, a_1 = 3 y a_4 = 24. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow r = 2$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 765$$

Ejercicio nº 6.-

Halla la suma de todos los términos de la sucesión:

15; 3; 0,6; 0,12; 0,024; …

Solución:

Es una progresión geométrica con a_1 = 15 y razón:

$$r = \frac{3}{15} = 0{,}2$$

Por tanto:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{15}{1-0{,}2} = \frac{15}{0{,}8} = 18{,}75$$

Ejercicio nº 7.-

Escribe los siete primeros términos de una progresión geométrica de la que se conoce S_7 = 762 y r = 2.

Solución:

Calculamos a_1.

$a_7 = a_1 \cdot r^6 = a_1 \cdot 2^6 = 64a_1$

$$S_7 = \frac{a_7 \cdot r - a_1}{r-1} \rightarrow 762 = \frac{64a_1 \cdot 2 - a_1}{2-1} \rightarrow 762 = 128a_1 - a_1 \rightarrow 127a_1 = 762 \rightarrow a_1 = \frac{762}{127} = 6$$

Los siete primeros términos de la progresión geométrica son: 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384.

Ejercicio nº 8.-

Un estudiante de 3° de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?

b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética con a_1= 1 y d = 2.

a) $a_{15} = a_1 + 14d = 1 + 28 = 29$ ejercicios

b) $S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(1+29) \cdot 15}{2} = 225$ ejercicios

Ejercicio nº 9.-

Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?

b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 10\,480$ y $r = \frac{1}{2}$.

a) $a_5 = a_1 \cdot r^4 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 10\,480 \cdot \frac{1}{16} = \frac{10\,480}{16} = 655$ €

b) $a_7 = a_1 \cdot r^6 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 10\,480 \cdot \frac{1}{64} = \frac{10\,480}{64} = 163{,}75$ €

$$S_7 = \frac{a_7 \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{163{,}75 \cdot \frac{1}{2} - 10\,480}{\frac{1}{2} - 1} = 20\,796{,}25 \text{ €}$$

Ejercicio nº 10.-

¿Es $a_1 = -1$, $a_2 = 2$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ la ley de recurrencia de la sucesión −1, 2, 1, 3, 5, ...? ¿Por qué?

Solución:

Comprobamos si los cinco términos de la sucesión dada cumplen la ley de recurrencia:

$a_1 = -1$, $a_2 = 2$, $a_3 = a_2 + a_1 = 2 - 1 = 1$, $a_4 = a_3 + a_2 = 1 + 2 = 3$, $a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 1 = 4 \neq 5$

Por tanto, a la sucesión dada no le corresponde dicha ley de recurrencia.