

Ejercicios Repaso Tema 6¹

Ejercicio n° 1.-

Comprueba si $x = 1$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones. Razona tu respuesta:

a) $\frac{x+2}{3} - \frac{2x+4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}x$

b) $2^{x^2-3x+2} = 1$

c) $\sqrt{x^2 - 5x + 5} - 1 = 0$

Solución:

Sustituimos $x = 1$ en cada una de las ecuaciones y vemos si se cumple la igualdad:

a) $\left. \begin{aligned} \frac{1+2}{3} - \frac{2 \cdot 1 + 4}{7} + \frac{3}{7} &= 1 - \frac{6}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \\ \frac{4}{7} \cdot 1 &= \frac{4}{7} \end{aligned} \right\} \text{ Sí se cumple; } x = 1 \text{ es solución.}$

b) $2^{1-3+2} = 2^0 = 1 \rightarrow x = 1$ es solución de la ecuación.

c) $\sqrt{1-5+5} - 1 = \sqrt{1} - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ es solución.

Por tanto, $x = 1$ es solución de las tres ecuaciones propuestas.

Ejercicio n° 2.-

Tanteando, halla la solución entera de la siguiente ecuación:

$$7^x = 2401$$

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 7^x &= 2401 \\ 7^4 &= 2401 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = 4$$

Ejercicio n° 3.-

Halla, tanteando, una aproximación hasta las décimas de la solución de esta ecuación:

$$x^3 = 150$$

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 5^3 &= 125 \\ 6^3 &= 216 \end{aligned} \right\}$$

La solución está entre 5 y 6.

$$\left. \begin{aligned} 5,3^3 &= 148,877 \\ 5,4^3 &= 157,464 \end{aligned} \right\}$$

La solución está entre 5,3 y 5,4.

Una aproximación hasta las décimas sería: $x = 5,3$

Ejercicio nº 4.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{15} + \frac{3x}{5} = 2$

b) $2x(x+5) - x^2 + 7 = x^2 - \left(3x - \frac{5}{3}\right)$

Solución:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{15} + \frac{3x}{5} = 2$

$$\frac{10x-25}{15} - \frac{x+1}{15} + \frac{9x}{15} = \frac{30}{15}$$

$$10x - 25 - x - 1 + 9x = 30$$

$$10x - x + 9x = 30 + 25 + 1$$

$$18x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{18} = \frac{28}{9}$$

b) $2x(x+5) - x^2 + 7 = x^2 - \left(3x - \frac{5}{3}\right)$

$$2x^2 + 10x - x^2 + 7 = x^2 - 3x + \frac{5}{3}$$

$$10x + 3x = \frac{5}{3} - 7$$

$$13x = -\frac{16}{3} \rightarrow x = -\frac{16}{39}$$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 - 147 = 0$

b) $-2x^2 = 3x$

c) $3x^2 + 3x - 6 = 0$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

Solución:

a) $3x^2 - 147 = 0 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49}$ $\begin{cases} x = 7 \\ x = -7 \end{cases}$

b) $-2x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(-2x - 3) = 0$ $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

c) $3x^2 + 3x - 6 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad \square \quad \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}$$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

Ejercicio n° 6.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$3(x+1)^2 - (2x+1)^2 = 2x - 14$$

Solución:

$$3(x^2 + 2x + 1) - (4x^2 + 4x + 1) = 2x - 14 \rightarrow 3x^2 + 6x + 3 - 4x^2 - 4x - 1 - 2x + 14 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x^2 + 16 = 0 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \quad \square \quad \begin{array}{l} x = -4 \\ x = 4 \end{array}$$

Ejercicio n° 7.-

Resuelve la ecuación:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{(3x+1)^2}{9} - \frac{(2x-1)^2}{4} + \frac{5}{36} = 0$$

Solución:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{9x^2 + 6x + 1}{9} - \frac{4x^2 - 4x + 1}{4} + \frac{5}{36} = 0$$

$$\frac{6x^2}{36} + \frac{36x^2 + 24x + 4}{36} - \frac{36x^2 - 36x + 9}{36} + \frac{5}{36} = 0$$

$$6x^2 + 36x^2 + 24x + 4 - 36x^2 + 36x - 9 + 5 = 0$$

$$6x^2 + 60x = 0$$

$$x(6x + 60) = 0 \quad \square \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ x = -10 \end{array}$$

Ejercicio n° 8.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x+3}{x} + \frac{x+6}{3} + \frac{x-3}{2x} = x+3$$

Solución:

$$\text{mín. c. m. } (3, x, 2x) = 6x$$

$$6x \left(\frac{2x+3}{x} + \frac{x+6}{3} + \frac{x-3}{2x} \right) = 6x(x+3) \rightarrow 12x+18+2x^2+12x+3x-9 = 6x^2+18x \rightarrow$$

$$\rightarrow 12x+18+2x^2+12x+3x-9-6x^2-18x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -4x^2+9x+9 = 0 \rightarrow 4x^2-9x-9 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81+144}}{8} = \frac{9 \pm 15}{8} \quad \square \quad \begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \end{array}$$

Ejercicio nº 9.-

Si a la mitad de un número le restas su tercera parte, y, a este resultado, le sumas 85/2, obtienes el triple del número inicial. ¿De qué número se trata?

Solución:

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{85}{2} = 3x$$

$$\frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} + \frac{255}{6} = \frac{18x}{6}$$

$$3x - 2x - 18x = -255$$

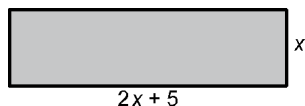
$$-17x = -255 \rightarrow x = \frac{-255}{-17} = 15$$

El número es el 15.

Ejercicio nº 10.-

Halla los lados de un rectángulo, sabiendo que la base es 5 unidades mayor que el doble de la altura, y que su área es de 33 cm².

Solución:



$$\text{Área} = x(2x + 5) = 33 \text{ cm}^2$$

$$2x^2 + 5x - 33 = 0$$

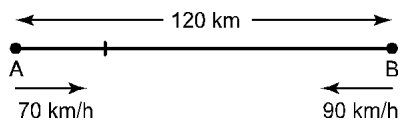
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+264}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-5 \pm 17}{4} \quad \square \quad \begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\frac{11}{2} \text{ (no vale)} \end{array}$$

La base mide 11 cm y la altura, 3 cm.

Ejercicio nº 11.-

Dos ciudades, A y B, distan 120 km. De la ciudad A sale un autobús hacia B a una velocidad de 70 km/h. Al mismo tiempo, sale un coche de B hacia A a una velocidad de 90 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y a qué distancia de A se produce el encuentro.

Solución:



Espacio que recorren entre los dos: 120 km

Velocidad con que se acercan: $70 + 90 = 160$ km/h

Tiempo invertido en encontrarse: x horas

Como *espacio = velocidad · tiempo*, tenemos que:

$$120 = 160x \rightarrow x = \frac{120}{160} = \frac{3}{4} \text{ de hora} = 45 \text{ minutos}$$

La distancia de A a la que se produce el encuentro es:

$$70 \cdot \frac{3}{4} = 70 \cdot 0,75 = 52,5 \text{ km}$$

Por tanto, se encuentran a 52,5 km de A al cabo de 45 minutos.

Ejercicio nº 12.-

Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es $\Delta = 5$, ¿qué podemos decir del número de soluciones de la ecuación?

Solución:

Como $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones.