Ejercicios Repaso Tema 7[1]

Ejercicio nº 1.-

a) De los siguientes pares de valores:

$(\mathbf{0,10})$; $\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}},\mathbf{19}\right)$; $(\mathbf{-1,-4})$; $\left(\mathbf{0},\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)$; $\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\mathbf{7}\right)$

¿cuáles son soluciones de la ecuación $-3x+\frac{1}{2}y=5$**?**

b) Representa gráficamente la recta $-3x+\frac{1}{2}y=5$**.**

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

Solución:

a) Sustituimos cada uno de ellos en la ecuación:

$(0,10) \rightarrow -3\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 10=5 \rightarrow (0,10)$ es solución.

$\left(\frac{3}{2},19\right) \rightarrow -3\cdot\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cdot 19=5 \rightarrow \left(\frac{3}{2},19\right)$ es solución.

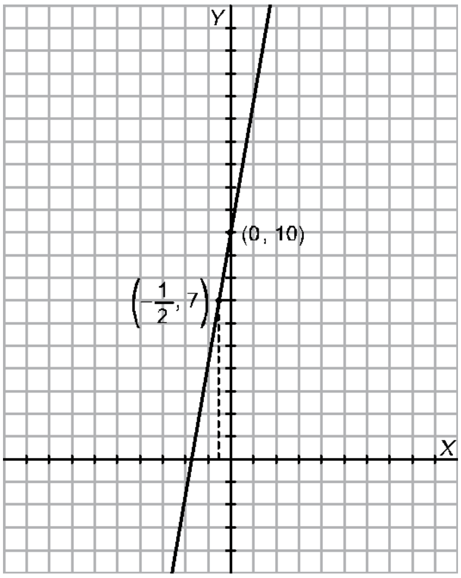
$(-1,-4) \rightarrow -3\cdot(-1)+\frac{1}{2}\cdot(-4)=1 \rightarrow (-1,-4)$ no es solución.

$\left(0,\frac{2}{5}\right) \rightarrow -3\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5} \rightarrow \left(0,\frac{2}{5}\right)$ no es solución.

$\left(-\frac{1}{2},7\right) \rightarrow -3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot 7=5 \rightarrow \left(-\frac{1}{2},7\right)$ es solución.

b) Tomamos dos puntos de la recta, por ejemplo $(0,10)$ y $\left(-\frac{1}{2},7\right)$, y la representamos:

1 Materiales generados con la aplicación de Anaya



c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 2.-

a) Representa en los mismos ejes el siguiente par de rectas e indica el punto en el que se cortan:

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

b) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema anterior?

Solución:

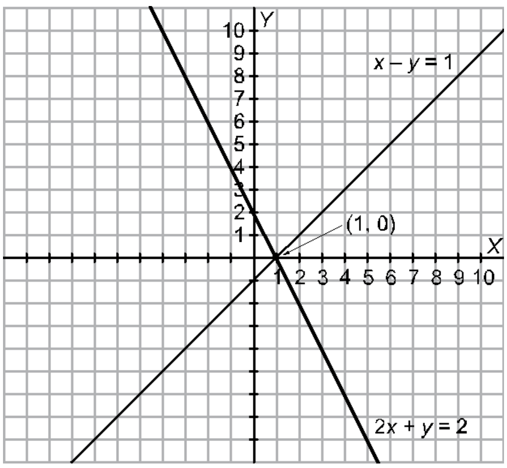
a) Representamos las dos rectas obteniendo dos puntos de cada una de ellas:

$2x + y = 2 \;\rightarrow\; y = 2 - 2x$

x	y
0	2
1	0

$x - y = 1 \;\rightarrow\; y = x - 1$

x	y
0	–1
1	0



b) Hay una solución: (1, 0); es decir, *x* = 1 , *y* = 0.

Ejercicio nº 3.-

a) Comprueba si el par (1, −2) es solución de este sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{2x - y = 4} \\ \mathbf{x - 3y = 7} \\ \mathbf{2x + y = 0} \end{cases}$$

b) Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea *x* = 2, *y* = −3.

Solución:

a) Sustituimos $x = 1$, $y = -2$ en cada una de las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 - (-2) = 2 + 2 = 4 \quad \rightarrow \quad \text{Cumple la 1.ª ecuación} \\ 1 - 3 \cdot (-2) = 1 + 6 = 7 \quad \rightarrow \quad \text{Cumple la 2.ª ecuación} \\ 2 \cdot 1 - 2 = 2 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Cumple la 3.ª ecuación} \end{cases}$$

Como se cumplen las tres ecuaciones, (1, −2) sí es solución del sistema.

b) Hay muchas posibilidades; un ejemplo sería:

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Ejercicio nº 4.-

Identifica, entre los siguientes sistemas, los que tienen infinitas soluciones, los que tienen solo una y los que no tienen ninguna (no los resuelvas, fíjate en las ecuaciones que los forman) e indica la posición relativa de las rectas que lo forman.

a) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

Solución:

a) Tiene infinitas soluciones (la 2.ª ecuación es el doble de la 1.ª).

Se trata de la misma recta.

b) Tiene una única solución (los coeficientes de las incógnitas no son proporcionales).

Las rectas se cortan en el punto $\left(\frac{11}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

c) No tiene solución (las ecuaciones se contradicen).

Las rectas son paralelas.

d) No tiene solución (los coeficientes de las incógnitas son proporcionales pero los términos independientes no).

Las rectas son paralelas.

Ejercicio nº 5.-

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x+5y=15 \\ 2x-3y=-9 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ x=\dfrac{15-5y}{3} \\ \rightarrow\ 2\left(\dfrac{15-5y}{3}\right)-3y=-9\ \rightarrow\ \dfrac{30-10y}{3}-3y=-9\ \rightarrow\ 30-10y-9y=-27\ \rightarrow \end{array}$

$\rightarrow\ -19y=-57\quad\rightarrow\quad y=\dfrac{-57}{-19}=3$

$x=\dfrac{15-5y}{3}=\dfrac{15-5\cdot 3}{3}=\dfrac{0}{3}=0$

Solución: x = 0 ; y = 3

b) $\left.\begin{array}{l} 4x+6y=2 \\ 6x+5y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 5}\quad 20x+30y=10 \\ \xrightarrow{\times(-6)}\ \underline{-36x-30y=-6} \end{array}$

Sumando: $-16x\qquad\quad =4\ \rightarrow\ x=-\dfrac{4}{16}=-\dfrac{1}{4}$

$4x+6y=2\ \rightarrow\ 4\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)+6y=2\ \rightarrow\ -1+6y=2\ \rightarrow\ 6y=3\ \rightarrow\ y=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

Solución: $x=-\dfrac{1}{4};\ y=\dfrac{1}{2}$

<u>Ejercicio nº 6.-</u>

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x+4y=1 \\ 2x+y=-5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+y=4 \\ -6x-2y=1 \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x+4y=1 \\ 2x+y=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ x=1-4y \\ \rightarrow\ 2(1-4y)+y=-5 \ \rightarrow\ 2-8y+y=-5 \ \rightarrow\ -7y=-7 \ \rightarrow\ y=1 \end{array}$

$x=1-4y=1-4\cdot 1=-3$

Solución: x = −3 ; y = 1

b) $\left.\begin{array}{r} 3x+y=4 \\ -6x-2y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y=4-3x \\ \rightarrow\ -6x-2(4-3x)=1 \ \rightarrow\ -6x-8+6x=1 \ \rightarrow 0=9 \ \rightarrow \end{array}$ No tiene solución.

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6} \\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6} \\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x-3+2y-6=11 \\ -4x+y-1=-12 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+2y=20 \\ -4x+y=-11 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+y=10 \\ -4x+y=-11 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow\ y=10-3x \\ \rightarrow\ y=4x-11 \end{array}\right\} \rightarrow 10-3x=4x-11 \ \rightarrow\ 21=7x \ \rightarrow\ x=3$$

$$y=10-3x=10-3\cdot 3=10-9=1$$

Solución: x = 3 ; y = 1

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=3} \\ \boldsymbol{x^2-y^2=3} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=3 \\ x^2-y^2=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y=3-x \\ \rightarrow\ x^2-(3-x)^2=3\ \rightarrow\ x^2-\left(9+x^2-6x\right)=3\ \rightarrow \end{array}$$

$\rightarrow x^2 - 9 - x^2 + 6x = 3 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = 2$

$y = 3 - x = 3 - 2 = 1$

Solución: x = 2 ; y = 1

Ejercicio nº 9.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Solución:

Llamamos *x* al primer número e *y* al segundo. Así, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+\dfrac{y}{2}=7 \\ x+7=5y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x+y=14 \\ x+7=5y \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y=14-4x \\ \rightarrow\ x+7=5(14-4x)\ \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow\ x+7=70-20x \quad \rightarrow \quad 21x=63 \quad \rightarrow \quad x=\frac{63}{21}=3$$

$y = 14 - 4x = 14 - 4 \cdot 3 = 14 - 12 = 2$

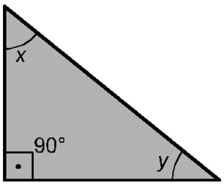
Los números son el 3 y el 2.

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Solución:

Llamamos *x* e *y* a los ángulos agudos del triángulo:



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x+y=90 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x=90-y \end{array}\right\} \rightarrow\ y+12=90-y\ \rightarrow\ 2y=78\ \rightarrow\ y=\frac{78}{2}=39$$

$x=y+12=39+12=51$

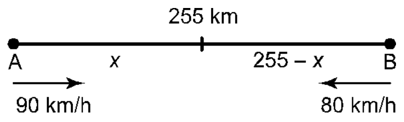
Los ángulos miden 39°, 51° y 90°.

Ejercicio nº 11.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Solución:

Llamamos *x* a la distancia que recorre el coche que sale de *A* hasta encontrarse.



Sabemos que $e = v \cdot t$, donde e representa el espacio recorrido, v la velocidad y t el tiempo. Por tanto:

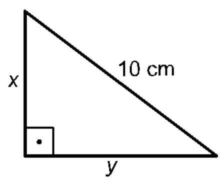
$$\left.\begin{array}{r} x = 90t \\ 255 - x = 80t \end{array}\right\} \rightarrow 255 - 90t = 80t \rightarrow 255 = 170t \rightarrow t = \frac{255}{170} = 1{,}5 \text{ horas}$$

$x = 90t = 90 \cdot 1{,}5 = 135$ km $\rightarrow 255 - x = 255 - 135 = 120$ km

Tardan 1,5 horas (una hora y media) en encontrarse. El coche que salió de A llevaba recorridos 135 km; y el que salió de B, llevaba 120 km.

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

Calcula *x* e *y*, sabiendo que su suma es 14 cm:



Solución:

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to y = 14 - x \\ \to x^2 + (14 - x)^2 = 100 \ \to \ x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100 \ \to \end{array}$$

$\to 2x^2 - 28x + 96 = 0 \to x^2 - 14x + 48 = 0$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{14 \pm 2}{2} \begin{array}{l} \nearrow \ x = 8 \ \to \ y = 14 - x = 6 \\ \searrow \ x = 6 \ \to \ y = 14 - x = 8 \end{array}$$

Hay dos posibilidades: $\begin{cases} x = 8 \ \to \ y = 6 \\ x = 6 \ \to \ y = 8 \end{cases}$